

1 雞同鴨講…相間何太急

這裡所要介紹的遊戲是改編自香港網站上「機靈金幣」的遊戲。在下圖中，有三隻雞與三隻鴨排成一列，中間沒有空格，而且左邊三隻為雞，右邊三隻為鴨。每次只能抓取相鄰的兩隻，並將他們移動到其它相鄰的兩個空格上，不可以交換雞與鴨的左右次序。當三對雞、鴨（即三隻雞與三隻鴨）相鄰地排成一排，而且雞與鴨剛好相間（雞與鴨相鄰）時，完成遊戲：

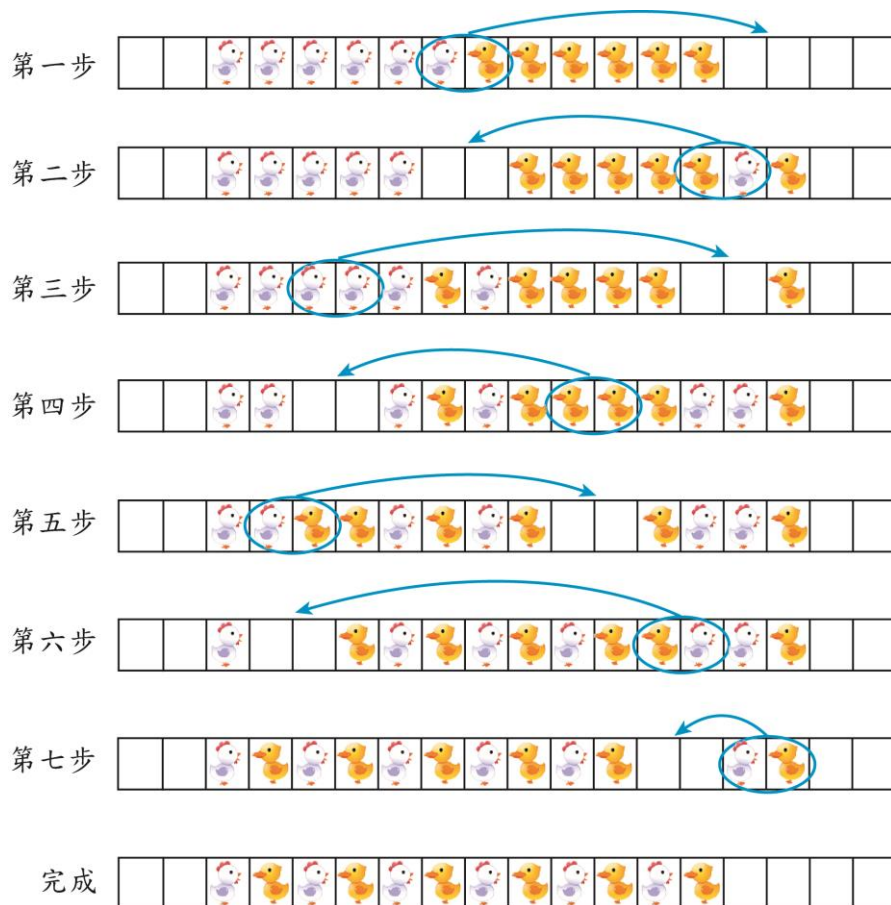


要完成三對雞、鴨相間的排列並不困難，我們的要求是：最少可以在多少次的抓取內完成它。經過練習之後，相信讀者可以找到三次的抓取方法。這裡把抓取遊戲延伸為以下的遊戲：

當雞與鴨改為6對時，也就是說，有6隻雞與6隻鴨排成一列，任兩隻中間沒有空格，而且左邊6隻為雞，右邊6隻為鴨，至少需要幾次的抓取，方能讓這12隻雞與鴨完全相鄰，而且雞與鴨相間。

從比較少的對數嘗試起，會是一個可行的方法，從少隻雞、鴨的抓取中累積經驗或者看出策略，是進行數學思考相當重要的步驟。關於這道遊戲，在4對或5對時，就有點難度，6對是重要的關卡。以下是兩組人馬關於6對的研究情形。

師大數學系李曉玫同學針對6對雞、鴨情形提出7次的抓取方法，如下圖所示：

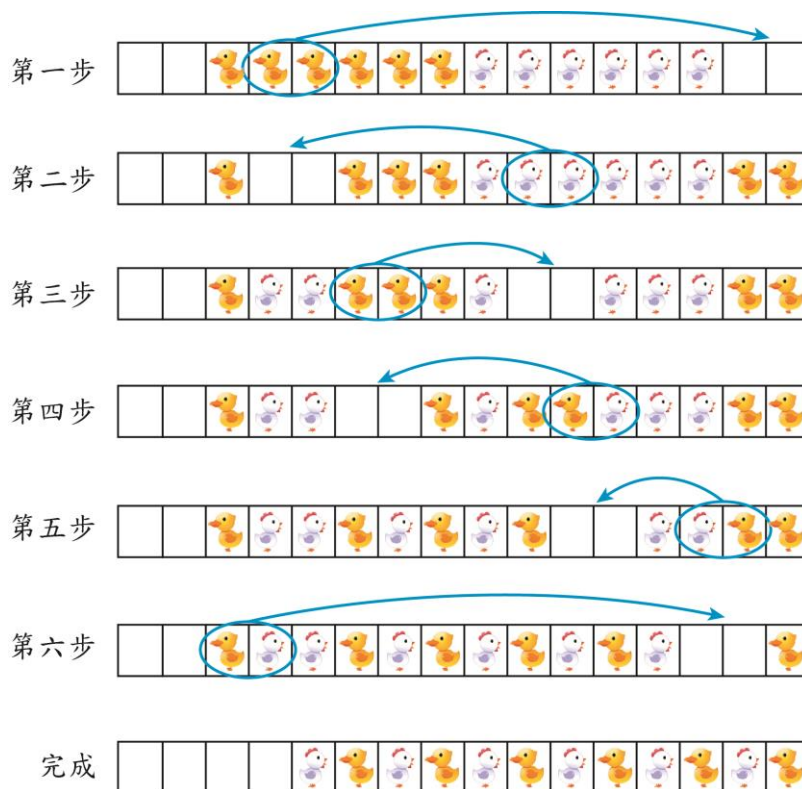


她也預期這是最少次的抓取方式，並給 n 對雞、鴨的一般情形提出最少抓取次數的猜測如下

- ① 當 $n=1$ 時，0 次（雞與鴨已經相鄰且相間）。
- ② 當 $n=2$ 時，無法完成。
- ③ 當 $n=4k+2$ （即 $n=6,10,14,\dots$ ）時，至少需要 $n+1$ 次。
- ④ 當 n 不是上述情形時，都是 n 次。

以上的數據只是臆測，需要透過數學給予嚴密的證明，才算正確的答案。

國立屏東女中數學科教師蔡欣蓉及她的學生們討論出 6 對雞、鴨，只需 6 次就可以完成的情形，也就是說，在 $n=4k+2$ 的情形，她們改進了李曉玫的結果，移動方法如下圖所示



從上述的方法可知：李曉玫同學的臆測是不完全正確的，綜合她們的討論，比較可能的答案或許是

- ① 當 $n=1$ 時，0 次（雞與鴨已經相鄰且相間）。
- ② 當 $n=2$ 時，無法完成。
- ③ 當 n 不是上述兩種情形時，都是 n 次。

雞同鴨講的啟發與延伸：

- (1) 嘗試將格子定奇、偶（定 +1 或 -1 也可以），然後證明「 n 對雞、鴨，至少需要 n 次才能讓雞與鴨相間且相鄰」，這樣就離目標更進一步了。
- (2) 討論每次可以取相鄰三隻的情形。

參考文獻

- [1] http://www.smallcampus.net/htmlcontent.php?channel=maths_games\&show_date=2001-09-01